

Geodézie

přednáška 1

Geodézie

Úvod, historie, úloha a rozdělení

Tvar a rozměry zemského tělesa

Vliv zakřivení Země na měřené veličiny

Ústav geoinformačních technologií

Lesnická a dřevařská fakulta

ugt.mendelu.cz

tel.: 545134015

Úvod do geodézie

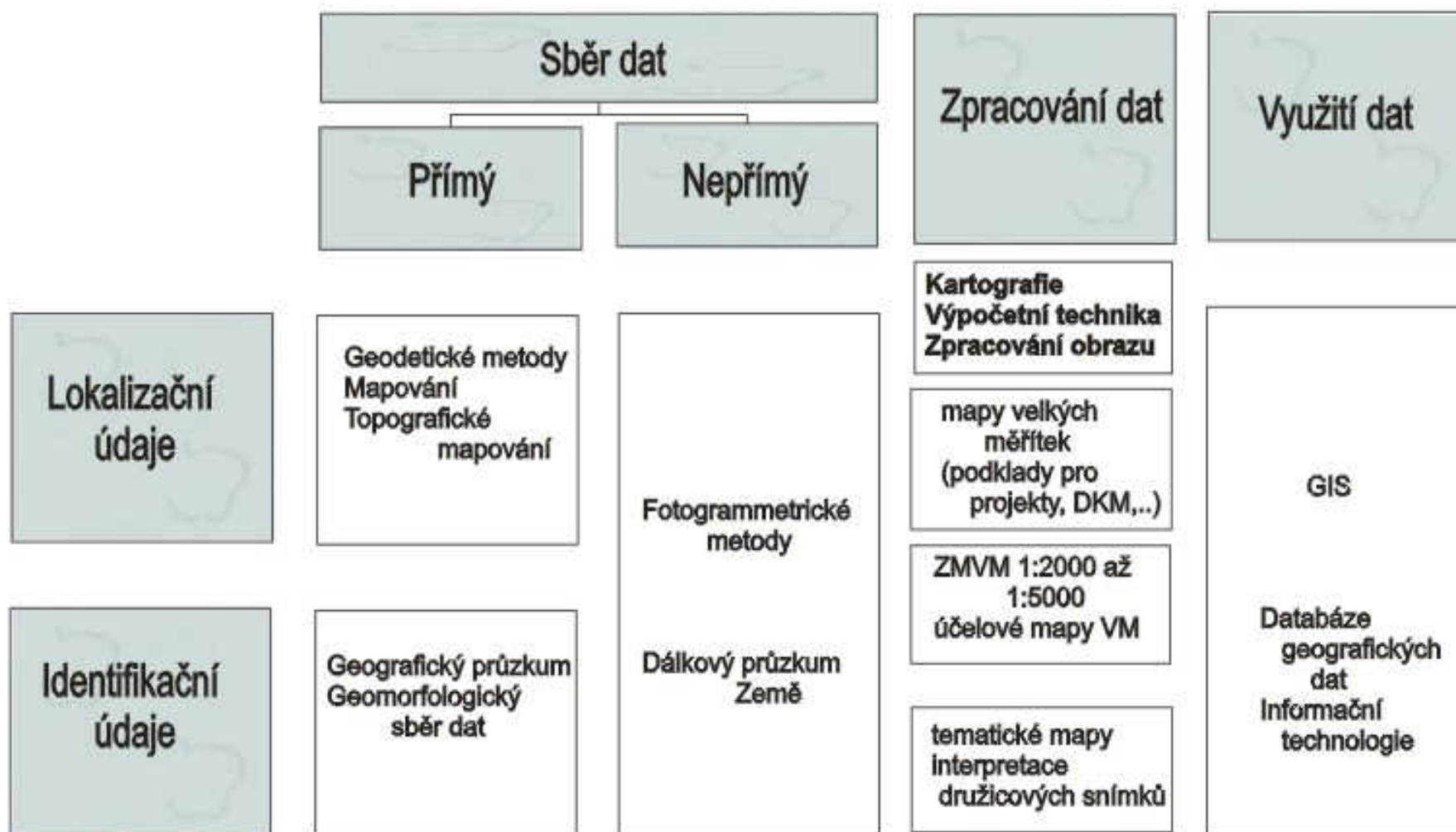
- geodézie je zařazována do oblasti geověd-věd o Zemi
- patří mezi nejstarší vědní obory, má svůj původ již v antické vzdělanosti
- geodézie je vědecký a technický obor, který pomocí geometrických a fyzikálních metod získává údaje metrického a fyzikálního charakteru o Zemi či jejích částech a zjišťuje geometrické údaje pro tvorbu map a pro potřeby jiných oborů
- slovo geodézie má řecký původ a je složeninou dvou slov: geo > Země a daisia > dělení
- v Aristotelových spisech (384-322 př.n.l.) termín geodézie označoval rozměřování a rozdělování pozemků k zemědělskému obdělávání

- geodézie má vazby na celou řadu vědních oborů a technických disciplín
 - **mapování** - soubor činností konaných pro vyhotovení původní mapy
 - **zeměměřictví** - souhrn geodetických a kartografických činností včetně technických činností v katastru nemovitostí
 - **kartografie** - vědecký a technický obor zabývající se znázorněním zemského povrchu, nebeských těles, objektů a jevů na nich a soubor činností při zpracování a využívání map
 - **fotogrammetrie** - vědecký a technický obor zabývající se přesným měřením na měřických snímcích za účelem rekonstrukce tvaru, rozměrů a polohy předmětů zobrazených na snímcích

- **geomatika** - vědecký a technický interdisciplinární obor, zabývající se získáváním, ukládáním, integrací, analýzou, interpretací, distribucí a užíváním geografických dat (geodat) a informací (geoinformací) pro potřeby rozhodování, plánování a správy zdrojů
 - geomatika zahrnuje obory jako jsou: geodézie, kartografie, dálkový průzkum Země, fotogrammetrie, mapování a geografické informační systémy
- **geoinformatika** - interdisciplinární oblast poznání na styku geografie, kartografie a informatiky, která zkoumá přírodní a socioekonomické geosystémy (jejich strukturu, vztahy, dynamiku a pod.) pomocí modelování

- **dálkový průzkum Země (DPZ)** - soubor metod a technických postupů zabývajících se pozorováním a měřením objektů a jevů na zemském povrchu a ve styčných nad- a podpovrchových vrstvách bez přímého kontaktu s nimi a zpracováním těchto dat za účelem získání informací o poloze, stavu a druhu těchto objektů a jevů
- **geografický informační systém (GIS)** - soubor počítačové techniky, programového vybavení, geografických dat a personálu, určený k účinnému sběru, uchovávání, údržbě, manipulaci, analýze a zobrazování všech forem geograficky vztažených informací

Vztah mezi geodézií a některými dalšími vědními obory



Historie

- geodézie je jedna z nejstarších věd o Zemi
- její počátky sahají daleko do doby př. n. l.
 - touha lidstva poznávat okolní svět
 - ovlivněna praktickými potřebami života (nové zaměření hranic zaplavených pozemků, zaměření rozsáhlé sítě zavodňovacích kanálů)
- otázka tvaru a velikosti planety Země zaměstnávala lidstvo od prvních počátků kulturního života
- základy byly pravděpodobně vytvořeny v jedné z kolébek civilizace - Egyptě
 - dochovaná učebnice zeměměřictví od Ahmesa (1900 až 1700 př. n. l. na papyrusu) - poučky pro výpočet ploch rovinných obrazců, objemů a zaměřování pozemků

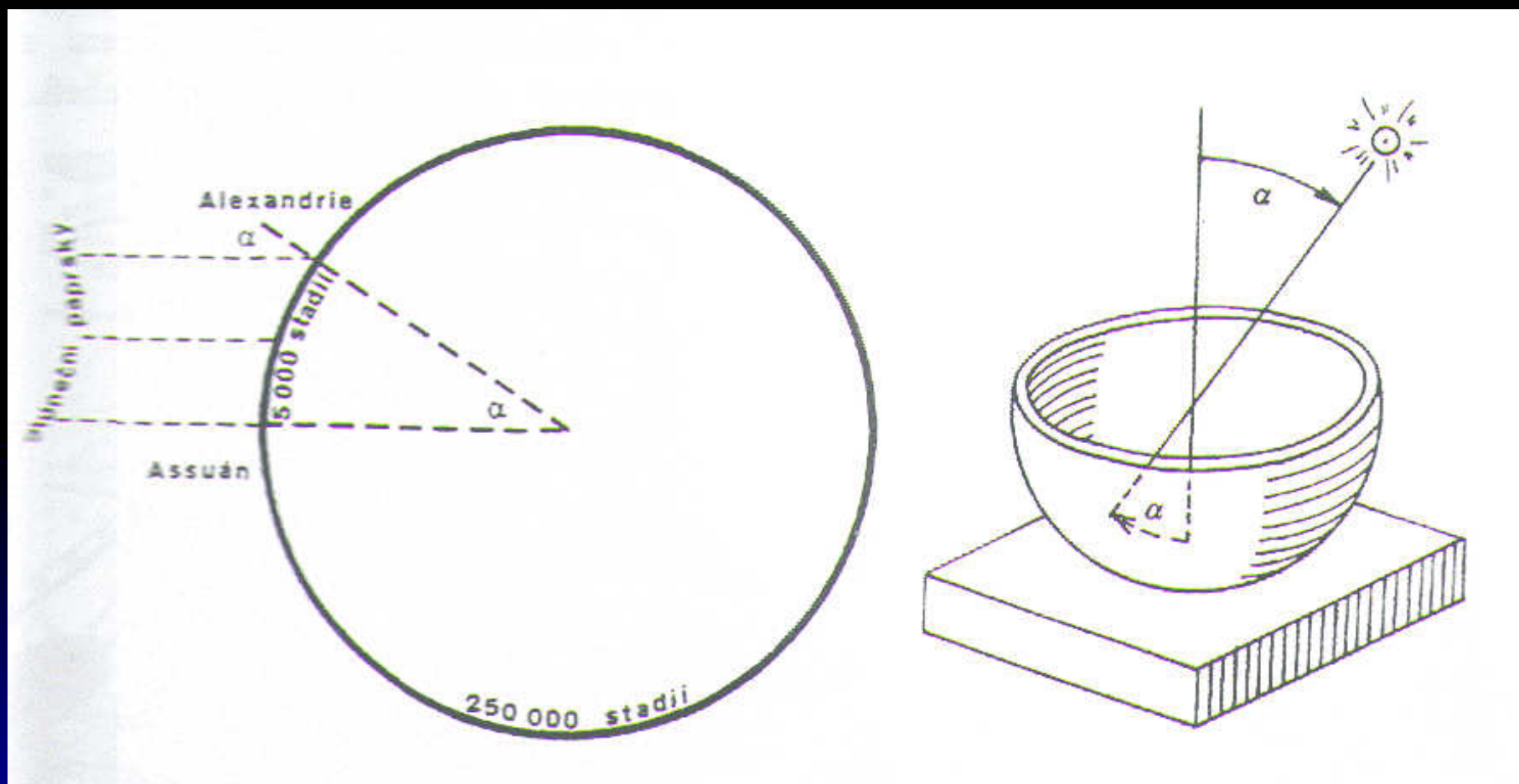
- svědčí o tom dokonale provedené a orientované stavby paláců, pyramid a chrámů
- nástěnné malby na hrobech v Thébách a hrobce Methenově v Saquaře, představující měření provazcem

Starověk

- jedna z prvních představ o světě je popsána v Homérových zpěvech (asi 850 př. n. l.) ► Země je zde popsána jako kotouč obklopený oceánem s nebeskou klenbou ve tvaru přilby
- v 6. století př. n. l. význačný matematik Pythagoras tvrdil, že Země má tvar koule
- názor o kulatosti Země učil i jeho žák Platón

- ❑ prvním, kdo tento názor podložil důkazy, byl Aristotelés
 - ▶ postupné mizení odplouvající lodi za obzorem
 - ▶ kruhový stín Země na Měsíci při jeho zatmění
- ❑ první historicky známé určení velikosti Země učinil matematik Eratosthenés (kolem roku 250 př. n. l.)
 - ▶ změřil délku poledníkového oblouku a z něj odvodil zemský obvod (výsledek se liší 0,8% od skutečnosti)
- ❖ princip založen na stanovení vzdálenosti dvou míst (Alexandrie a Asuán - dříve Syéné) ležících na stejném poledníku a určení středového úhlu, který této vzdálenosti odpovídá
- ❖ vzdálenost naměřil asi 5 000 stádií
- ❖ v době letního slunovratu dopadají v pravé poledne sluneční paprsky v Asuánu až na dno hluboké studně, předměty nevrhají žádný stín → slunce musí být v nadhlavníku (zenitu)
- ❖ ve stejnou dobu změřil zenitovou výšku Slunce v Alexandrii (1/50 celkového obvodu, asi $7,2^\circ$)
- ❖ tímto získal potřebné údaje pro výpočet obvodu Země (250 000 stádií) – dnes asi 40 000 km

Schéma určení obvodu Země Eratosthenésem



- ❑ Egyptané měli svůj **pozemkový katastr** – papyrus obsahující náčrtky pozemků, které jsou rozděleny na městské, chrámové, královské, soukromníků, zahrady, pastviny, neúrodné pozemky atd.
- ❑ na tradice starých Egyptanů později navazují Řekové
- ❑ sestrojení prvních měřických přístrojů – **dioptra** od Herona Aleksandrijského (1. století před n.l.) – předchůdce našeho teodolitu
- ❑ v Heronově spise “**Dioptria**” jsou již uvedeny některé geodetické úlohy:
 - různé způsoby dělení ploch
 - určení výšky předmětu
 - určení šířky řeky nepřímým způsobem
- ❑ Hippodames z Miléta (450 př. n. l.) – vypracoval zastavovací plán athénské přístavu Pirea

Středověk

- ❑ od Řeků přijali kulturu Římané - neobohatili teorii, ale byli mistři v praktické aplikaci (vedení záznamů o pozemkovém vlastnictví)
- ❑ využívali geodetických znalostí k účelům vojenským (zaměření a rozdělení dobytých území) i civilním (vyměřování sídlišť a silnic, stavby akvaduktů)
- ❑ Římané začali používat dva zeměměřické přístroje
 - gróma - pro vytyčování kolmic
 - chorobates - k nivelaci
- ❑ zánik Římské říše => zánik starověké kultury
- ❑ upevňování pozic křesťanství v Evropě => rozpor se starověkými vědami (nutno upravit ve prospěch církve) ► zastánci názoru kulovitosti Země tvrdě pronásledování katolickou církví
- ❑ takto upadla v zapomenutí kulatost Země

- ❑ přerušný vývoj přírodních věd byl v evropských zemích navázán po tisícileté přestávce při styku křižáckých výprav s vyspělou arabskou kulturou
- ❑ mnoho termínů a názvů v zeměměřictví a astronomii pochází z arabštiny
 - alhidáda (al-idáda = počítadlo)
 - azimut (as-samt = směr, kurs)
 - nadir
- ❑ Arabové pronikali přes Pyrenejský poloostrov do Evropy → provedli velmi přesné stupňové měření a určili tak zemský obvod
- ❑ rozvoj trigonometrie a aritmetiky
- ❑ v matematice zavedli desítkovou soustavu

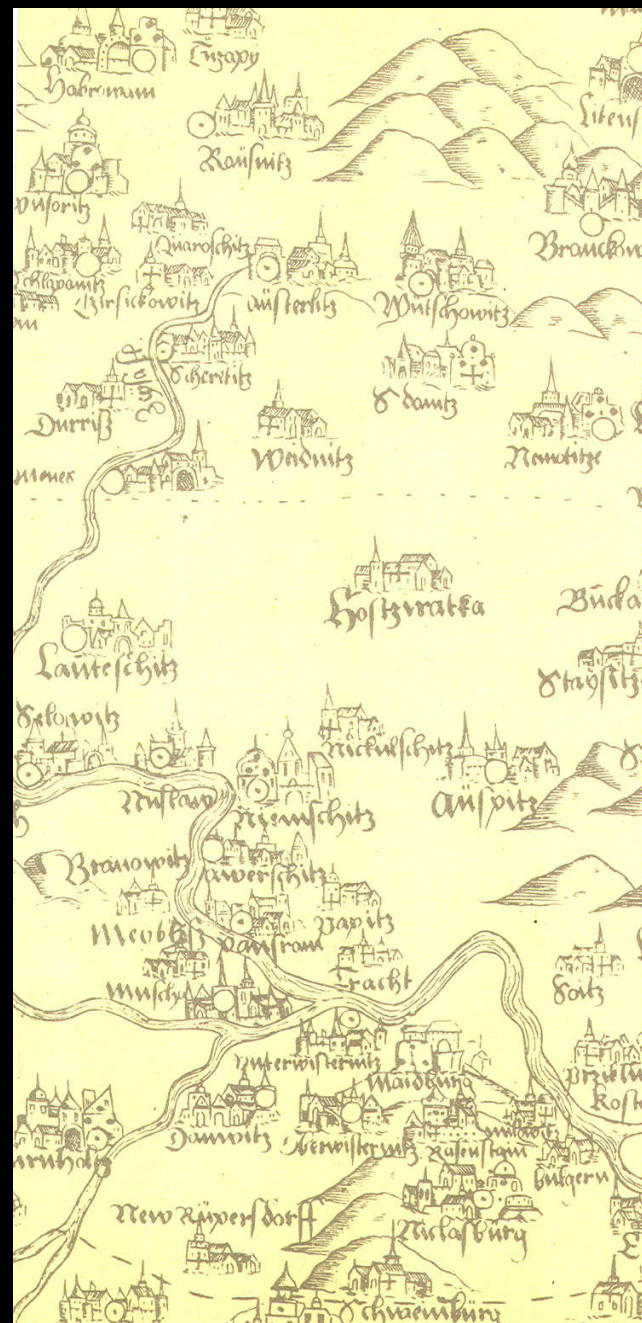
- ❑ v pozdním středověku byl rozvoj geodézie ovlivněn potřebou map při objevitelských námořních cestách
 - objevení Ameriky (Kryštof Kolumbus 1492)
 - Amerigo Vespucci (1507 - jméno Amerika)
 - Vasco de Gama (1497-1498) - plavba do Indie
 - Fernando Magallanes - obeplutí světa (1522)
- ❑ v této době se setkáváme se zeměměřickou činností i v českých zemích
- ❑ Češi se rovněž podíleli na rozvoji geodézie
- ❑ vznikají první samostatné mapy Čech (1518 - Mikuláš Klaudián) a Moravy (1569 - Pavel Fabricius)
- ❑ Jan Ámos Komenský - druhý díl geometrie je označen jako Geodesia, mapa Moravy
- ❑ významnými vědci své doby byly Mikuláš Koperník (1473 - 1543), Galileo Galilei (1564 - 1642) a Jan Kepler (1571 - 1630), kteří svým heliocentrickým názorem položili základ moderní geodézie



Mapa 1

Klaudyánova mapa Čech
z r. 1518 (7/10 skutečné
velikosti)

Převzato z „Vývoje mapového
zobrazení území ČSSR“
I. díl, ÚSGK – 1959



Mapa 2

Fabriciova mapa Moravy
z r. 1569

Převzato z „Vývoje mapového
zobrazení území ČSSR“ I. díl,
ÚSGK – 1959

Novověk

- ❑ v 16. století bylo kulturní centrum přeneseno do severozápadní Evropy, především pak do Nizozemí, Francie a Anglie
- ❑ období renesance s rozvojem základních věd přineslo kvalitativně nový přístup k vývoji zeměměřictví
- ❑ nové znalosti v matematice, deskriptivní geometrii a fyzice umožnily geodézii postavit na teoretický základ
- ❑ v této době byly položeny vědecké základy geodézie
- ❑ přelom 16. a 17. století - k vyšší přesnosti pomohly geodézii dva vynálezy - **měřický stůl a dalekohled**
- ❑ mezníkem ve vývoji geodézie se stalo první použití trigonometrické sítě - Holandský matematik Willebrord Snell van Roijen, zvaný Snellius (1591 - 1626)
- ❑ další učenci té doby byli Giovanni Domenico Cassini, Pierre Bouguer, Pierre Simon de Laplace, Gaspard Monge, Joseph Louis Lagrange, Jean Baptiste Joseph Delambre, Carl Friedrich Gauss

- ❑ v 19. století byly Čechy a Morava součástí Rakousko-Uherské monarchie
- ❑ od roku 1817 se naše území soustavně zaměřuje a zobrazuje na katastrálních mapách
- ❑ mapové dílo, které bylo na větší části vybudováno nemělo co do rozsahu a přesnosti ve světě obdoby
- ❑ velký podíl na tomto měli i čeští zeměměřiči (Horský, Marek)
- ❑ rozvoj jemné mechaniky zejména ve 20. století
- ❑ podstatné změny v konstrukci geodetických přístrojů
- ❑ větší přesnost a efektivita měřických a grafických prací
- ❑ ani v současnosti se význam geodézie nezmenšil
- ❑ žádné stavební dílo se neobejde bez účasti geodeta s nejmodernějšími přístroji (totální stanice, GNSS)

Lesnictví

- ❑ do lesnictví byla geodézie prakticky zavedena až v 18. století z důvodu rychlého rozvoje lesního hospodářství (hospodářské úpravy lesa)
- ❑ potřeba přesných hospodářských map výměr částí lesa
- ❑ v lesnictví nemá geodézie takovou tradici jako v jiných oborech
- ❑ některé měřické metody a pomůcky tam ale byly zavedeny dříve než v katastru (teodolit a polygonové metody)

Úloha geodézie

Základním úkolem geodézie je:

- určit vzájemnou polohu bodů na zemském povrchu nebo v prostoru ve smyslu vodorovném i svislém
- převést, promítnout tyto body vhodným způsobem do roviny, tj. na plány a mapy

Technickým úkolem geodézie je:

- určení tvaru a prostorové polohy předmětů měření, ať již přirozených nebo umělých, vzhledem k soustavě geodetického základu
- přirozené předměty měření (vodstva, terénní útvary, údolí, druhy kultur a porostů)
- umělé předměty měření (budovy, stavby, komunikace, hranice, různá energetická vedení, tunely, technická zařízení apod.) - tedy všechny předměty nad, na a pod zemským povrchem

Výsledkem (výstupem) geodetických prací jsou:

- polohopisné a výškopisné plány
- mapy nejrůznějších měřítek a obsahu
 - mapy polohopisné i výškopisné
 - mapy katastrální, geografické i tematické
 - tyto výstupy mohou být dále využity např. pro potřeby GIS nebo mohou být na jejich základě zpracovány nejrůznější databáze a další

Geodézie se dnes uplatňuje v různých odvětvích:

- průmysl a doprava (těžba surovin, projektování)
- stavebnictví (sedání staveb, pevnost konstrukcí)
- lesní a vodní hospodářství
- geofyzika (pohyby zemské kůry)
- geologie (eroze, sesuvy půdy)

Rozdělení geodézie

1. Geodézie vyšší

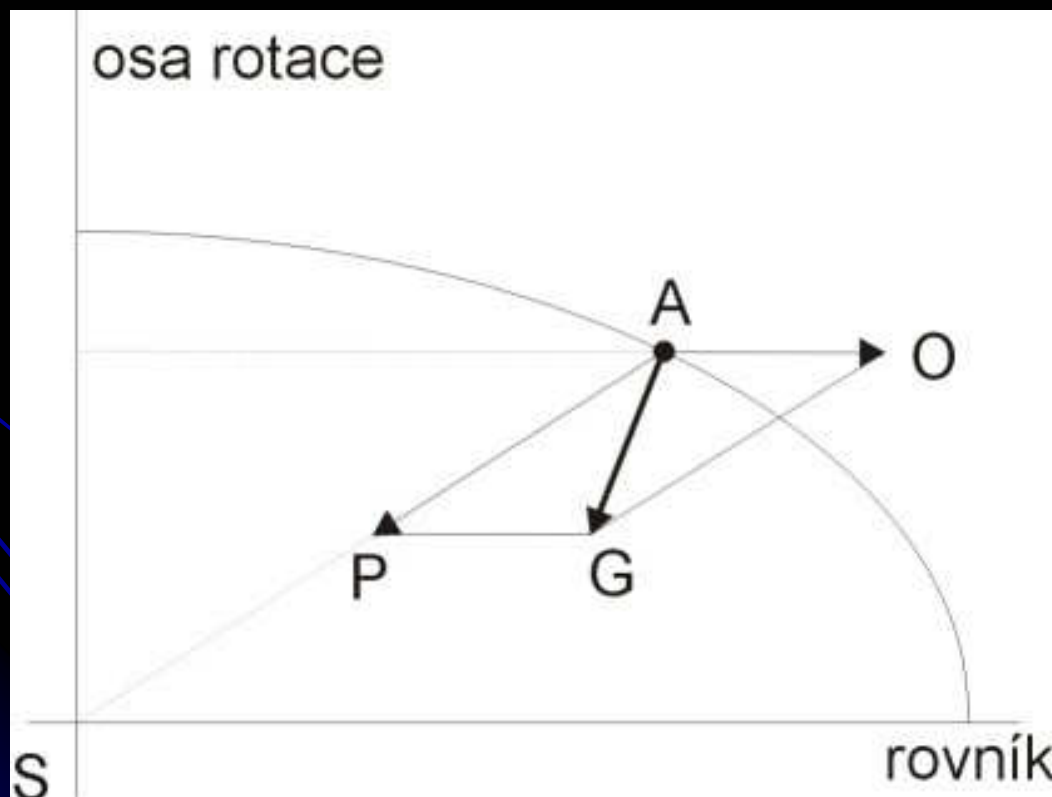
- ❖ řeší úkoly převážně vědeckého charakteru
 - problémy spojené s určením tvaru a rozměrů zemského tělesa
 - otázky související s budováním geodetických základů (zřizování, zaměřování a výpočty v geodeticko-astronomických a nivelačních sítích)

2. Geodézie nižší (praktická, rovinná)

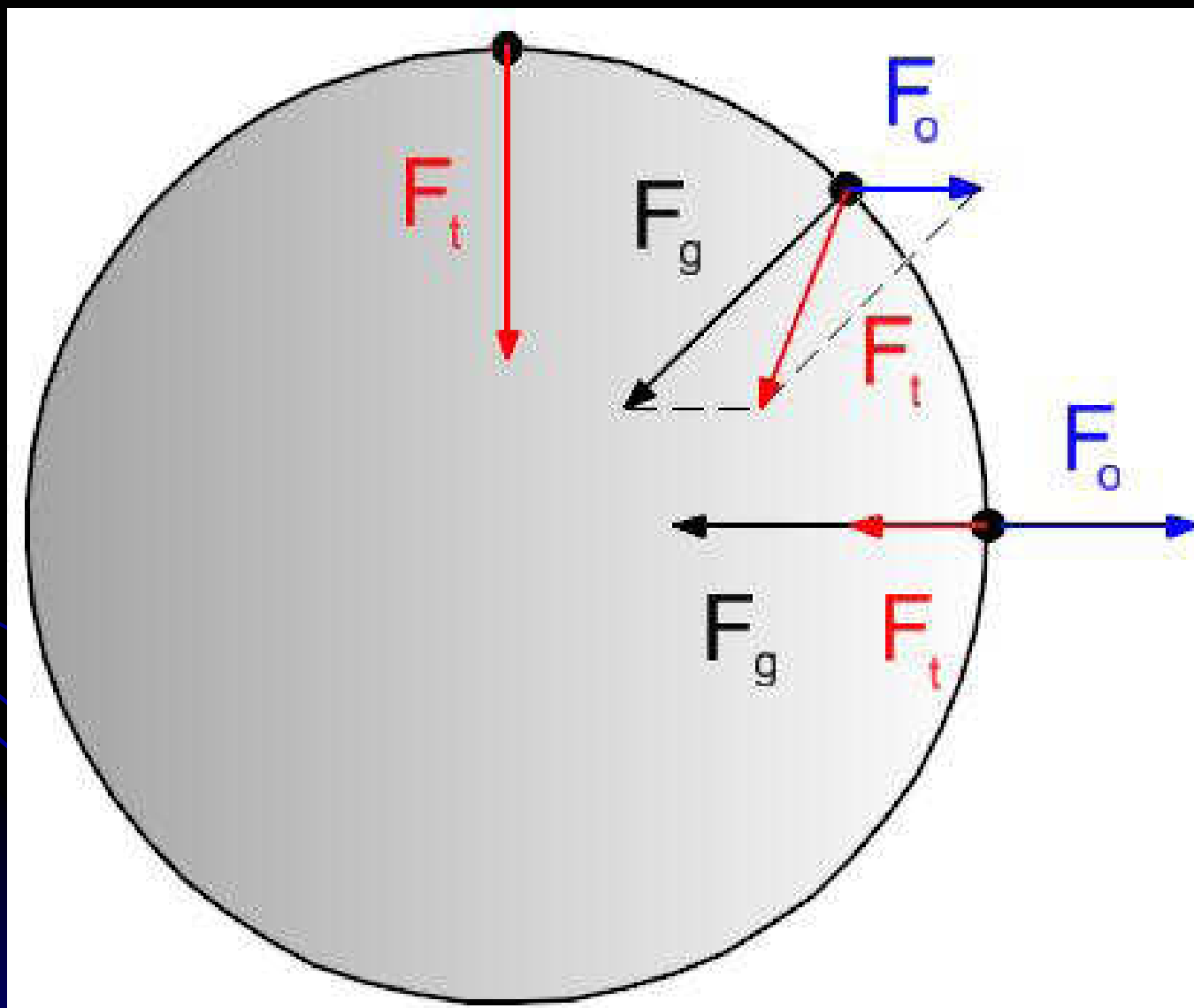
- ❖ vlastní podrobné polohopisné a výškopisné měření malých částí zemského povrchu, který již můžeme považovat za rovinný (nepřihlíží k zakřivení Země)
 - jednotlivé měřické metody
 - geodetické přístroje a pomůcky
 - výpočetní práce
 - zobrazení naměřených hodnot
- ❖ půdní evidence

Tvar zemského tělesa

Země je fyzikální těleso, vytvořené a udržované ve svém tvaru působením sílové tíhy G , která je výslednicí dvou sil Země: 1. přitažlivé - gravitační (P)
2. odstředivé (O)



Zemská tíže na různých místech povrchu Země

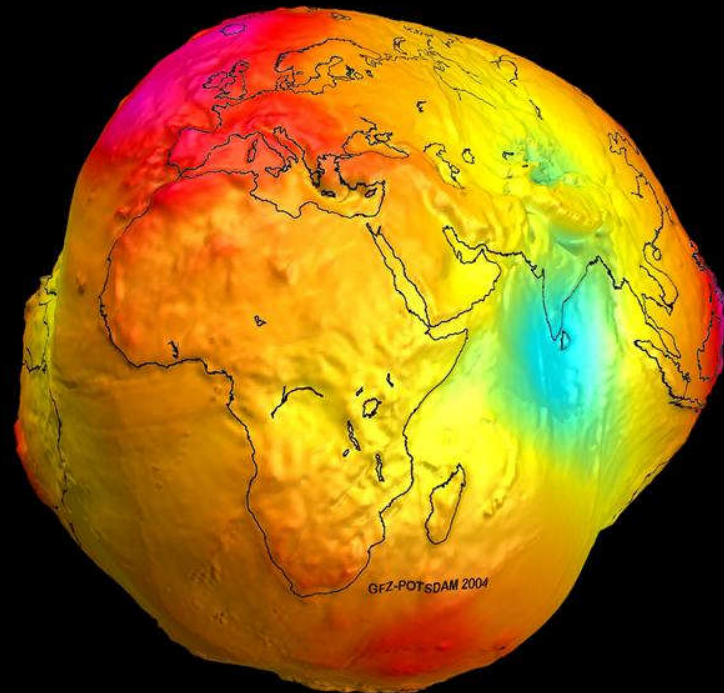


Tíhové pole Země - prostor, ve kterém se projevuje působení zemské tíže a tělesa jsou přitahována přibližně do středu Země.

V geodetickém smyslu je Zemí nulová hladinová plocha, zvaná podle J. B. Listinga (1873)

„geoid“

Geoid by se realizoval jako klidná střední hladina moří, která jsou spojená i pod kontinenty. Tato hladinová plocha je všude kolmá na směr zemské tíže. Při měření je tato plocha realizována urovnanou libelou.



Vlastní povrch Země i geoid jsou tělesa nepravidelná, členitá a velmi složitá (ovlivněna rozložením hmot)



pro potřeby mapování je nahrazujeme referenčními plochami (elipsoid, koule a rovina)

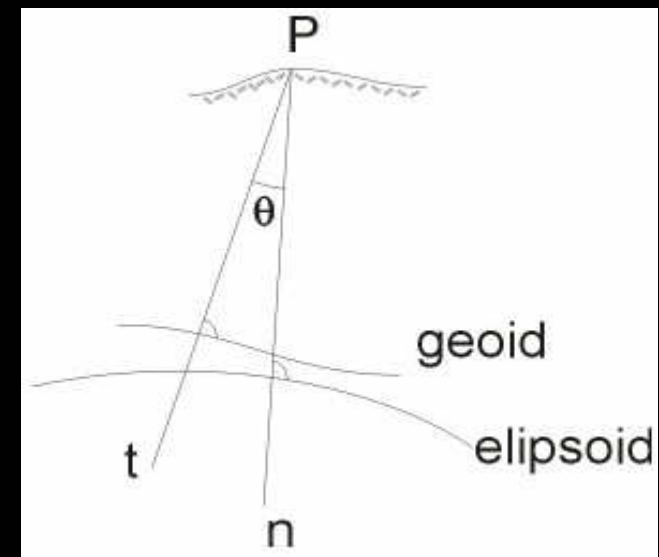
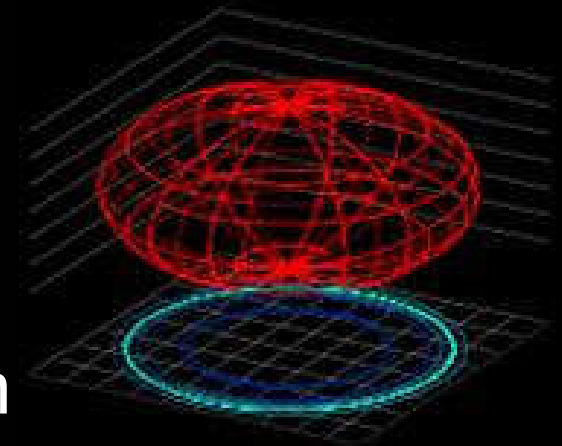
- ❖ průběh tvaru geoidu → geodetická, astronomická a gravimetrická měření (v současnosti přesnost 0,1-1m)

Referenční elipsoid

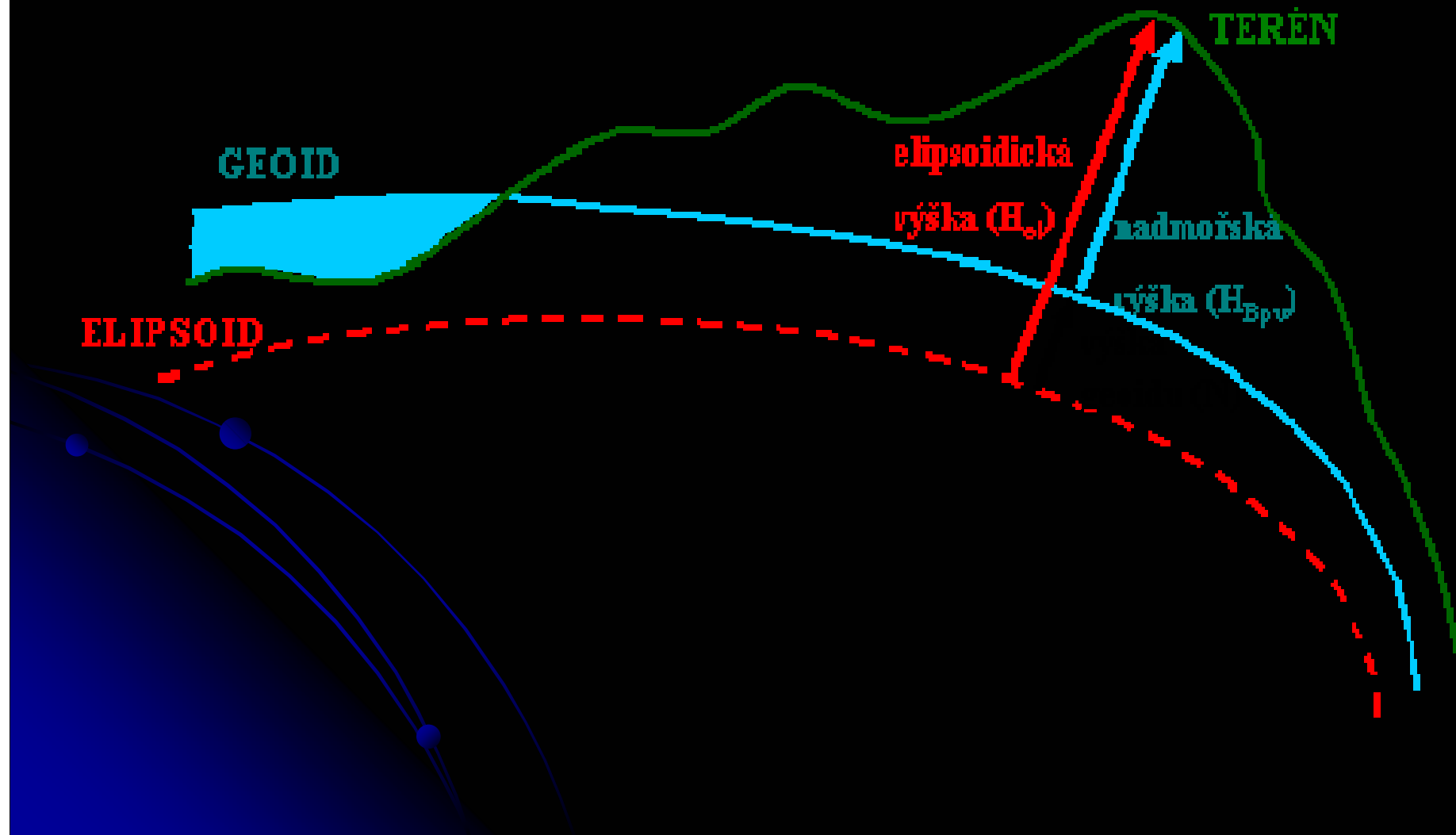
- ❑ elipsoid (sféroid) je rotační těleso zploštělé na pólech
- ❑ je určen dvěma konstantami elipsoidu: např. hlavní poloosou a , vedlejší poloosou b , první excentricitou e^2 , zploštěním i

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \qquad i = \frac{a - b}{a}$$

- ❑ je-li střed elipsoidu ztotožněn s těžištěm geoidu a vedlejší osa s osou rotace Země => **zemský elipsoid**
- ❑ je-li vedlejší osa rovnoběžná s osou rotace Země
=> **referenční elipsoid**
- ❑ pokud nahrazujeme geoid rotačním elipsoidem, tížnice ke geoidu t a normála k elipsoidu n svírají v různých místech malý úhel, nazvaný **tížnicová odchylka θ**
- ❑ největší rozdíly mezi geoidem a rotačním elipsoidem jsou vlivem tížnicové odchylky pod masivy velehor a dosahují až několik desítek metrů



Průběh Geoidu a Elipsoidu vzhledem k povrchu Země



Rozměry zemského tělesa

Rozměry elipsoidu, který by nejlépe vystihoval skutečný tvar Země byly odvozeny z celé řady geodetických a gravimetrických měření.

1841 - **Bessel** (na základě měření v Evropě)

1911 - Astronomická konference doporučila nové rozměry na základě nových výpočtů na kterých se podílel především **Hayford**

1940 - **Krasovskij** (použil dosavadní měření doplněná o měření na území bývalého SSSR) - tento elipsoid byl postupně zaváděn i do naší geodetické služby

1967 - od tohoto roku se na doporučení mezinárodní asociace IAG používá pro vědecké účely nový, tzv. oficiální světový elipsoid **Lucernský**

1984 - pro celosvětový systém WGS-84 se používá elipsoid **WGS-84**

- ❑ v ČR se v civilním sektoru využívá elipsoid Besselův, ve vojenském sektoru elipsoid Krasovského
- ❑ velmi užívaným je rovněž elipsoid Hayfordův, který byl roku 1924 přijat za mezinárodní elipsoid
- ❑ pro metody měření pomocí GPS je používán elipsoid WGS-84

Parametry elipsoidů

	Bessel	Hayford	Krasovskij	IAG 1967	WGS-84
rok	1841	1909	1940	1967	1984
a[m]	6377397.155	6378388	6378245	6378160	6378137
b[m]	6356078.963	6356911.946	6356863.019	6356774.516	6356752.314
i[m]	1/299.153	1/297.0	1/298.3	1/298.247	1/298.257

- ❑ práce na upřesnění tvaru Země probíhají průběžně
- ❑ podle posledních poznatků využívajících výsledků měření družic se ukazuje, že tvar Země nejlépe vystihuje **trojosý elipsoid**, kde i rovník je mírně zploštělý

Referenční koule

- ❑ pro řešení mnoha geodetických úloh lze nahradit rotační elipsoid koulí o středním poloměru křivosti R_m
 - nahrazení části elipsoidu (používá se pro území o poloměru do 200 km, poloměr se vypočítává ke středu území, v němž se koule dotýká elipsoidu)

Střední poloměry křivosti pro vybrané elipsoidy

	Bessel	Hayford	Krasovskij	IAG 1967	WGS-84
$R_m[m]$	6380703.611	6381718.731	6391561.267	6381476.805	6381453.683

➤ nahrazení celého elipsoidu (používá se pro méně náročné úkoly, poloměr náhradní koule je možné určit více způsoby)

- aby koule měla stejný objem jako elipsoid
- aby koule měla stejný obsah (povrch) jako elipsoid
- aby poloměr koule byl rovný aritmetickému průměru (střední poloměr křivosti) všech tří poloos elipsoidu
- aby délky kvadrantů byly stejné

□ pro naše území ($49,5^\circ$) se používá $R = 6\,380\text{ km}$

Referenční rovina

- za rovinu lze považovat – pro polohopisné účely –
 - území do průměru 30 km
- nulová křivost
- vodorovné úhly a délky jsou prakticky stejné na zakřiveném povrchu i na jeho tečné rovině
- použití pro mapy velkých měřítek

Vliv zakřivení Země na měřené veličiny

- ❑ volbou náhradní referenční plochy se v jednotlivých veličinách dopouštíme chyb, a to:
 1. chyby v délkách
 2. chyby v úhlech
 3. chyby ve výškách
 4. chyby v plochách
- ❑ zanedbáme-li skutečný tvar (zakřivení) zemského povrchu a nahradíme ho rovinou dojde k chybám ve výpočtech a zobrazeních jednotlivých veličin s nimiž v geodézii pracujeme
- ❑ pro tyto chyby platí přímá úměra: čím větší je vzdálenost mezi uvažovanými body a čím větší bude zobrazované území, tím větší budou hodnoty zkreslení

- rozbořem těchto chyb stanovíme do jaké míry lze ještě zemský povrch považovat za rovinný, aniž bychom ovlivnili přesnost měřených veličin
 - stanovení rozdílů mezi veličinami na zakřiveném povrchu Země a jejich rovinnými průměty
- přesnost měření lze charakterizovat relativními chybami
- přesnost zobrazení Δ_r (grafická přesnost) závisí na přesnosti vynesení ($\Delta_y = \pm 0,05 \text{ mm}$) a na měřítku mapy m

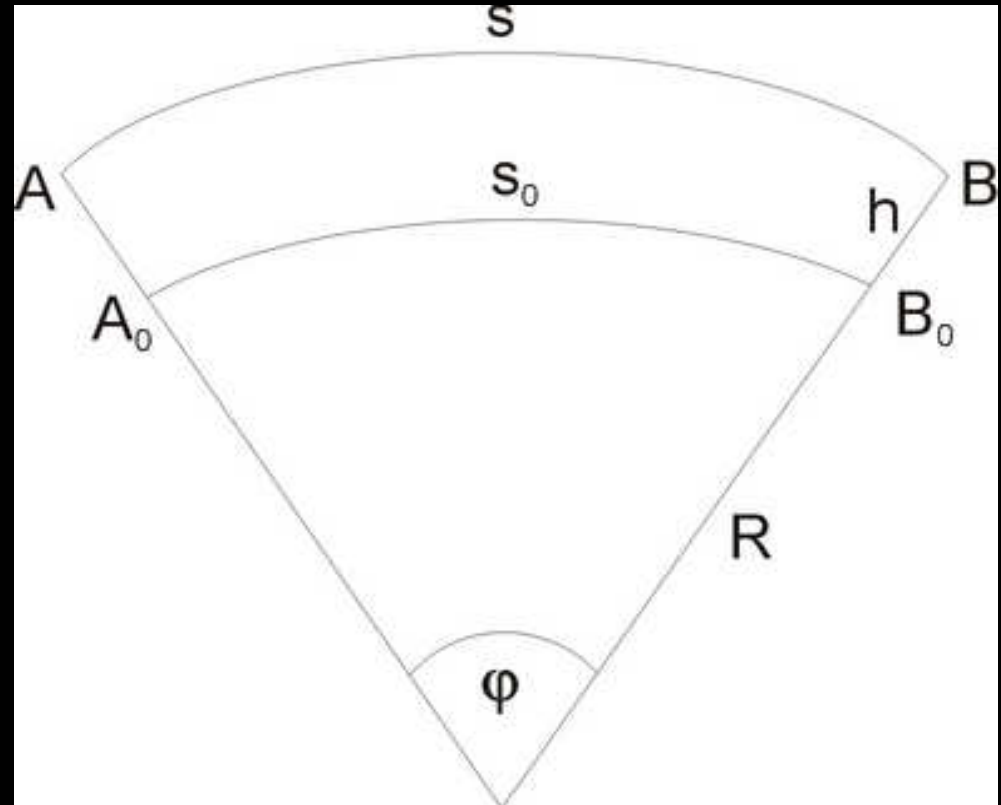
$$\Delta_r = \Delta_y \cdot m$$

Rozdíly v délkách

1. Změna délky promítnuté do nulového horizontu

- ❑ vlivem sbíhavosti tížnic je délka v určité nadmořské výšce větší či menší než na nulovém horizontu
- ❑ délka s naměřená ve výšce h se při průmětu do nulového horizontu změní na délku s_0
- ❑ redukcí délky z nadm. výšky je rozdíl Δs

$$\Delta s = s - s_0 = h \cdot \frac{s}{R}$$



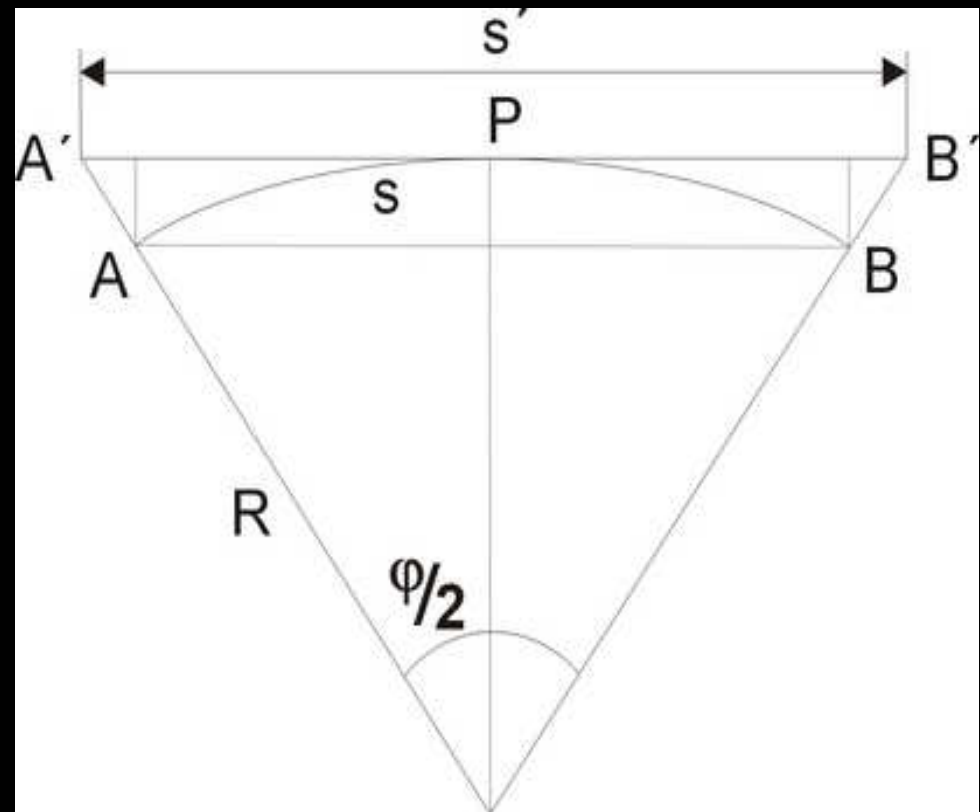
Redukce délek z nadmořské výšky

výška h	100m	500m	1000m	2000m
délka 100m	2	8	16	31
délka 200m	3	16	31	63
délka 500m	8	39	78	157
délka 1000m	16	78	157	313
délka 2000m	31	157	314	627
délka 5000m	78	392	784	1576

- ❑ v běžné geodetické praxi jsou přípustné odchylky při dvojím měření délek mnohem větší
- ❑ k zakřivení Země nemusíme přihlížet, pokud nejsme ve větší nadmořské výšce (nad 1 000 m) nebo pokud neprovádíme velmi přesná měření

2. Rozdíl v délkách horizontů

- ❑ bod P je střed zaměřované oblasti
- ❑ A, B jsou body na kulové ploše (skutečném horizontu) a jejich vzdálenost s je délka skutečného horizontu
- ❑ promítnutím obou bodů do zdánlivého horizontu dostaneme body A' , B'
- ❑ zdánlivý horizont s' je kolmý na směr tíže a je realizován správně urovnanou libelou geodetického přístroje



- rozdíl v délkách na obou horizontech se vypočítá podle:

$$\Delta s = s - s' = \frac{s^3}{12R^2}$$

- velikost těchto chyb je rovněž značně menší než přípustné odchylky a v běžné geodetické praxi se s nimi nepočítá
- zakřivenou plochu lze nahradit rovinou až do vzdálenosti $s = 30$ km

Rozdíl mezi délkou na rovině a na kouli pro $R = 6380$ km

s[km]	10	15	20	25	30	35
delta[mm]	2	7	16	32	55	88

Rozdíly v úhlech

- při nahrazení plochy kulové rovinou zanedbáváme při měření vodorovných úhlů sférický exces (nadbytek) ε
- jedná se o hodnotu, o kterou je větší součet vnitřních úhlů uzavřeného obrazce na sféře oproti součtu vnitřních úhlů stejného obrazce v rovině

$$\varepsilon'' = \rho'' \cdot \frac{P}{R^2}$$

P ... plošný obsah sférického trojúhelníku

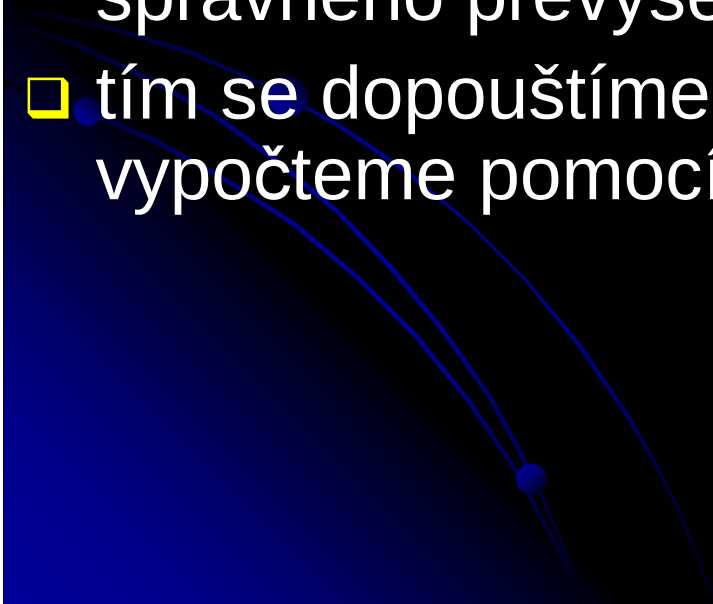
R ... poloměr Země

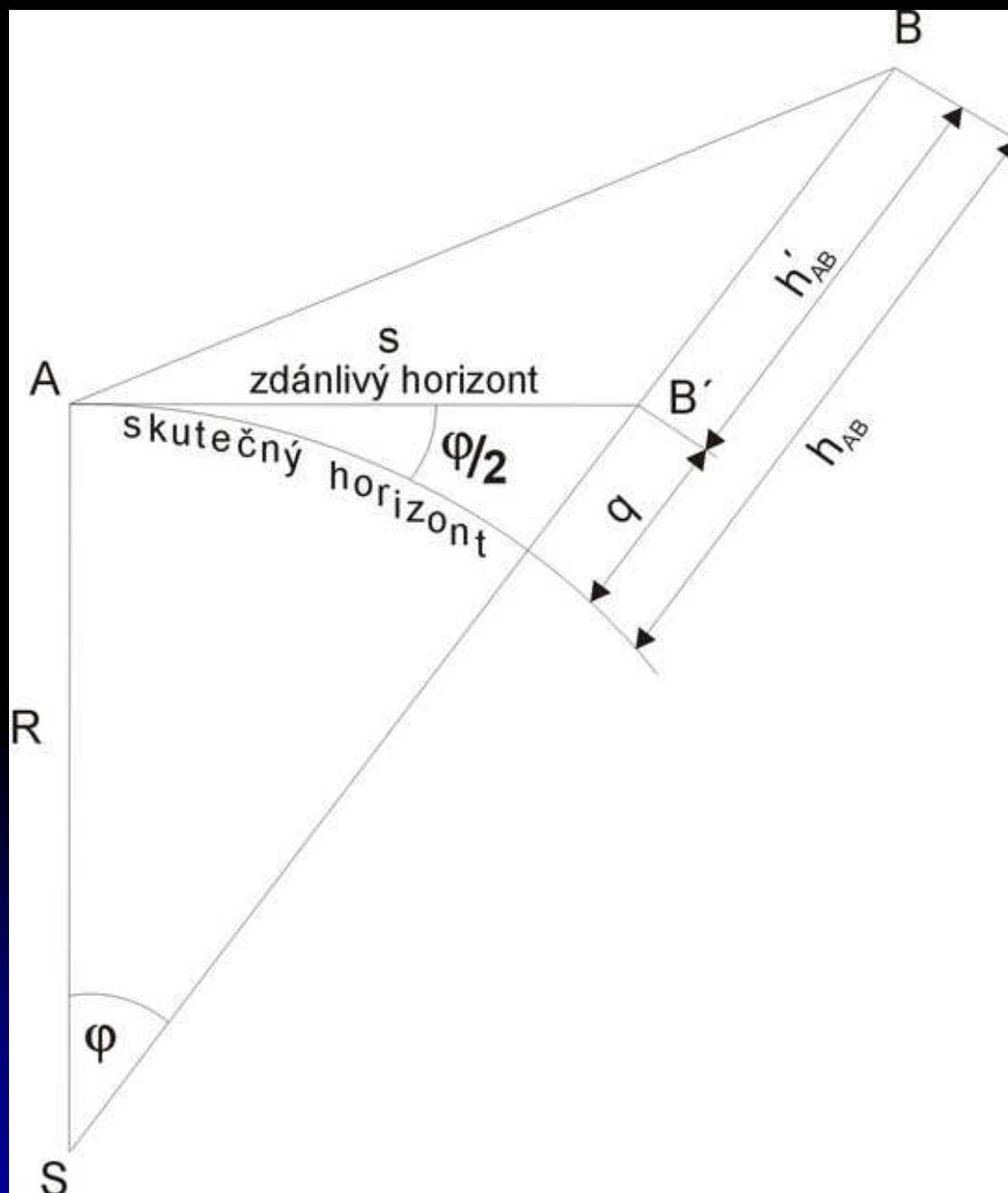
ρ'' ... radián ($360^\circ/2\pi = 206264,806''$)

- pro rovnostranný sférický trojúhelník o stranách 20 km je exces $\varepsilon = 0,9''$ a každý úhel v rovinném trojúhelníku bude zatížený chybou $\varepsilon''/3 = 0,3'' \Rightarrow$ velmi malá hodnota $\Rightarrow$ zanedbáváme i při přesnějších měřeních

Rozdíly ve výškách

- při měření výšek zaměňujeme skutečný horizont za zdánlivý horizont
- výškový rozdíl bodů A a B je definován jako kolmá vzdálenost hladinových ploch procházejících zmíněnými body
- pokud zanedbáme zakřivení Země promítne se bod B do bodu B' a my určíme převýšení BB' namísto správného převýšení AB
- tím se dopouštíme chyby o velikosti q , kterou vypočteme pomocí vztahů na následující straně





$$q = s \cdot \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = s \cdot \frac{\varphi}{2}$$

$$\varphi = \frac{s}{R}$$

Po dosazení
dostaneme:

$$q = \frac{s^2}{2R}$$

nebo

$$(R + q)^2 = R^2 + s^2$$

$$R^2 + 2Rq + q^2 = R^2 + s^2$$

$$2Rq + q^2 = s^2$$



zanedbáváme (velmi malá
hodnota vůči poloměru Země

$$q = \frac{s^2}{2R}$$

- ❑ z výsledného vztahu je vidět, že chyba q roste kvadraticky a vliv zakřivení Země není možno při výškovém měření zanedbat ani na velmi krátké vzdálenosti
- ❑ chyba překračuje tolerance i běžných výškových měření
- ❑ v tabulce níže jsou uvedeny chyby ve výškách pro $R = 6\,371\text{ km}$ a různé délky

Chyby ve výškách pro vybrané hodnoty délek

$s[\text{m}]$	100	500	1000	5000
$q[\text{mm}]$	1	20	78	1959